**Факультативный курс по математике**

**5 класс**

**Царство смекалки**

**Составитель**

учитель математики Алинова Г. Ш.

г. Павлодар

2017-2018 учебный год

**Пояснительная записка**

Рабочая программа по факультативному курсу «Царство смекалки» в 5 классе

Математика в наши дни проникает во все сферы общественной жизни. Овладение практически любой современной профессией требует тех или иных знаний по математике. С математикой связана и компьютерная грамотность, повсеместное распространение которой - одна из первоочередных задач системы образования сегодня. На факультативных занятиях учащиеся углубляют знания по основному курсу, получаемые на уроках, приобретают умения решать более трудные и разнообразные задачи. Наряду с углублением основного курса на факультативе целесообразно включение тем прикладной математики (комбинаторика).

В целях привлечения интереса учащихся к предмету целесообразно на занятиях факультатива рассматривать ряд вопросов занимательного характера, не обязательно связанных непосредственно с основным курсом (математические игры, викторины, задачи со спичками, ребусы, кроссворды, и т. д.). Полезно решать головоломки и просто шутить.

Включенные в программу вопросы дают возможность учащимся готовиться к олимпиадам и различным математическим конкурсам.

Интеллектуальный уровень личности характеризуется двумя основны­ми параметрами: объемом приобретенной информации и способностью исполь­зовать эту информацию для достижения определенных целей — для решения возникающих в процессе деятельности задач, разрешения различного рода проблемных ситуаций. Первый из этих параметров характеризует эрудицию человека, второй — его интеллектуальное развитие. Объем знаний, которые человек может усвоить в период школьного обу­чения, ограничен, а высокий уровень интеллектуального развития является в современном обществе существенным условием адаптации человека к изме­няющимся жизненным обстоятельствам.

На изучение данного курса отводится 1 час в неделю, всего 34 часа в год.

**Цели курс**а **"Царство смекалки"**

- повысить уровень математического развития обучающихся расширить их кругозор;

- развивать у обучающихся интерес к занятиям математикой;

- углубить представление обучающихся об использовании сведений из математики в повседневной жизни;

- воспитывать самостоятельность мышления, волю. упорство в достижении цели, чувство ответственности за свою работу перед коллективом.

***Задачи курса***:

1. развивать у учащихся логические способности;
2. формировать пространственное воображение и графическую культуру;
3. формировать у учащихся упорство в достижении цели, трудолюбие, любознательность, аккуратность, внимательность, чувство ответственности.

**Организация учебно-воспитательного процесса.**

Организовывая занятия нужно в равной мере сочетать игры с устными упражнениями, диагностику усвоения системы знаний с анализом дополнительной литературы. Способствовать развитию речи учащихся, формированию у них навыков умственного труда - планирование своей работы, поиск рациональных путей ее выполнения, критическую оценку труда.

Важное условие успешности проведения занятий – активное участие всех учащихся, их работоспособность и творческий настрой. В содержании **(приложение)** факультативного курса предлагаются задачи из разных источников, которые можно использовать учителю при проведении занятий.

**Требования к математической подготовке учащихся.**

***К концу изучения курса учащиеся должны владеть следующими предметными компетенциями:***

1) ценностно – смысловой;

2) учебно – познавательной;

3) коммуникативной;

4) общекультурной;

5) информационной;

6) природоведческой и здоровьесберегающей.

***Учащиеся должны уметь:***

1. сотрудничать (работать в команде);
2. самостоятельно планировать;
3. работать с документами;
4. занимать позицию в дискуссиях;
5. опрашивать окружающих;
6. оценивать;
7. следить за своим здоровьем;
8. принимать решения, договариваться;
9. пользоваться приборами.

**Содержание программы курса**

**УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер урока, сроки** | **тема** | **часы** |
| 1 | Задачи на наблюдательность. | 1 |
| 2 | Задачи на сообразительность. | 1 |
| 3-4 | Задачи с цифрами. | 2 |
| 5-6 | Головоломки | 2 |
| 7-9 | Задачи со спичками. | 3 |
| 10-11 | Числовые ребусы. | 2 |
| 12-13 | Арифметические ребусы | 2 |
| 14 | Развитие вычислительной культуры | 1 |
| 15 | Организация устного счёта: некоторые приёмы, позволяющие ускорить и рационализировать вычисления | 1 |
| 16-17 | Задачи на «переливание» | 2 |
| 18-19 | Задачи на взвешивание | 2 |
| 20-21 | Логические задачи | 2 |
| 1. – 24 | Задачи «Принцип Дирихле» | 3 |
| 25 | Непосредственное составление соединений из небольшого количества предметов | 1 |
| 26-28 | Решение комбинаторных задач с помощью графов. | 3 |
| 29 - 31 | Решение комбинаторных задач с помощью способа умножения. | 3 |
| 32 - 33 | Защита проектов | 2 |
| 34 | Итоговое занятие | 1 |
|  | Итого: 34 часа |  |

**Список литературы для учителя и учащихся:**

1. «Гимнастика для ума, или 500 занимательных задач» – Алма-Ата: Өнер, 1988 г.

2. «Математические кружки в школе». 5-8 классы/ А.В.Фарков. – 2-е изд. \_ М.: Айрис-пресс, 2006 г.

3. Оре Ойстин. «Графы и их применения», М., 1965 г.

4. Л.М.Лихтарников. «Занимательные задачи по математике», М., 1996 г.

5. Н.Я.Виленкин. «Комбинаторика», М., 1965 г.

6. А.Я.Кононов. «Математическая мозаика», М., 2004 г.

7. Н.Я.Виленкин. «Популярная комбинаторика», М., 1975 г.

8. Т.Д.Гаврилова. «Занимательная математика», изд. Учитель, 2005 г.

9. Е.И.Игнатьев. Математическая смекалка. Занимательные задачи, игры, фокусы, парадоксы. – М., Омега, 1994 г.

**Задачи на наблюдательность**

Всякое мышление начинается с вопроса и вызываемого им поиска нужного ответа. Поиск этот может идти «методом проб и ошибок», т. е. путем долгим и утомительным, часто не приводящим к цели, а может идти с соблюдением определенных правил, с выполнением мыслительных операций, таких, например, как анализ, синтез, сравнение и контролирующих эти операции специальных приемов интеллектуальной деятельности. Но для этого надо обладать знаниями.

А что такое знания? И что значит логика мышления?

Знания – это представления, понятия и суждения. Знания могут быть обеспечены хорошей памятью, старательностью, усидчивостью, систематическим чтением. Но умеет ли знающий человек оперировать знаниями, применять их на практике?

Внимание или способность к концентрации психической активности на конкретной деятельности – одно из важных качеств, характеризующих работоспособность человека. При нарастании утомления в первую очередь снижается функция внимания.

Ниже приводится один из весьма простых психологических тестов на внимание.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 7  1 | 10  2 | 15  3 | 12  4 |
| 3  5 | 14  6 | 16  7 | 4  8 |
| 11  9 | 1  10 | 13  11 | 9  12 |
| 5  13 | 8  14 | 2  15 | 6  16 |

1. Перед вами квадрат, состоящий из 16 полей. Каждое из них разделено по диагонали на две части. В нижнем углу проставлен его порядковый номер от 1 до 16. В верхнем – те же цифры в случайном порядке.

Закройте квадрат листом бумаги и возьмите секундомер или часы с секнудной стрелкой. Открывая квадрат, засеките время и начинайте поиск цифр в порядке от 1 до 16, проговаривая про себя или вслух каждую найденную цифру: «один», «два», «три»... И так до «шестнадцати».

Выполнение задания быстреее чем за 20 секунд говорит о высокой концентрации внимания и, стало быть, высокой работоспособности. Результат 21–25 секунд характеризует хорошую работоспособность, а от 25–35 – среднюю. Если на поиск вы затратили 36–40 секунд, значит, работоспособность понижена, 41–50 секунд говорят о низкой работоспособности и свыше 51-й – о совсем низкой.

А теперь для проверки вашего внимания, а главное для выработки внимательности предлагаем нижеследующий ряд задач.

**«Проверьте свою наблюдательность»**

Этот забавный тест основывается на проверке вашей наблюдательности и быстроты реакции. Перед вами три геометрические фигуры: квадрат, круг, треугольник. На каждой из них находится черный кружок. Возьмите в руки карандаш, поднимите его на уровень уха, внимательно посмотрите на фигуру и, закрыв глаза, попробуйте быстро попасть в черный кружок. Повторите это с каждой фигурой.

Если попадете все три раза, то вычеловек быстрый и наблюдательный, если близко к кружку – то у вас хорошая наблюдательность и скорость реакции, если же карандаш будет опускатьс далеко от кружка, то вам необходимо поработать над собой.

**«Подобие фигур»**

Из шести фигур, приведенных на рисунках, выделите группы, которые объединяются общими признаками.

1 2 3

4 5 6

**«Сколько треугольников?»**

Сколько треугольников на этом рисунке?

**«Сколько квадратов?»**

Сколько, по-вашему, квадратов на этом рисунке?

**«Белое и черное»**

Рассмотрите рисунок. Какого цвета в нем больше – белого или черного? Это можно установить с первого взгляда: белого, конечно, больше... Хорошо, а во сколько раз площадь белых треугольников больше площади черных?

Ответить на этот вопрос не так-то просто, тем более, что это нужно установить, не прибегая ни к каким измерениям.

**Задачи на сообразительность**

**«Проверьте себя»**

Проверьте себя – свою память и свой словарный запас. Перед вами 20 слов – найдите к каждому из них равнозначное слово (синоним).

Если вы управитесь с этой задачей за пять минут, то у вас богатый словарный запас и отличная память. Десять минут долно хватить каждому начитанному человеку.

Итак:

Франт Дефицит

Нагоняй Лог

Адепт Кордон

Табу Чучело

Лозина Яр

Кучер Наскоро

Конник Пчельник

Живот Рубашка

Наобум Шалость

Бессмыслица Колючка

Заметим, что у многих из этих слов есть не один, а два синонима и даже больше.

**«Горальская загадка»**

Эту загадку надо разгадать в уме, потратив на это никак не больше двух минут!

Два пастуха – Болек и Яцек – пасли овец на полонине. Вдруг Яцек говорит Болеку:

– Если бы ты отдал мне одну овцу, у меня было бы ровно в два раза овец больше, чем у тебя!

Болек возразил:

– Но вот если бы ты отдал мне одну овцу, у нас было бы поровну овец!

Сколько же овец было у каждого пастуха?

**«Турнир и его победители»**

В школе был проведен турнир на первенство по настольному теннису. В первую пятерку вошли три четырнадцатилетних школьника (Юра, Павлик и Володя) и два двенадцатилетних (Костя и Петя). Их фамилии: Вокач, Зуленко, Иванов, Маримов и Тузов. На заключительную встречу пришли их сестры («поболеть» за братьев): Вера, Ира, Лена, Люда и Юля.

Определите, кто из мальчиков (имя и фамилию) какое занял место, и назовите имена сестер каждого, если известно:

– Володя, Юра и Иванов – старшие в этой пятерке;

– Юра не брат Лены;

– Юля – не сестра Вокача (кстати, ее брат не старше его);

– сестру двенадцатилетнего Маримова зовут Ира;

– Верин брат занял первое место;

– на втором месте двенадцатилетний брат Юли, а на четвертом – брат Иры;

– брат Лены в списке занимает место после Павлика и Кости, но он все же не в самом конце списка пятерки;

– между Тузовым и Вокачем в списке фамилии еще двух мальчиков.

**«Удивительные часы»**

Три товарища смотрели спектакль, но сидели они врозь. Как только подняли занавес, все трое одновременно посмотрели на часы, висевшие над сценой на высоте первого яруса.

«Точно начинают», – подумал Коля.

«Торопятся, – отметил про себя Вася. – На минуту раньше начали».

– Хоть на минуту, да опоздали! – проворчал Саша.

В антракте друзья встретились и заспорили: Вася заметил, что первое действие длилось 47 минут, Коля же и Саша утверждали, что оно продолжалось лишь 44 минуты.

Если известно, что на самом деле спектакль начался точно в назначенное время (в 19 часов 30 минут), а первое действие продолжалось 45 минут, то не можете ли вы сказать, чем объясняется спор друзей и где сидел каждый из них?

**Задачи с цифрами**

**«Десять четверок»**

Перед вами десять четверок. Как получить из них число 34?

4 4 4 4 4 4 4 4 4 4=34

**«Умножение»**

Пустые клетки заполните такими цифрами, чтобы можно было выполнить действие умножения.

9 Х

2

1

4

2

0 7

**«Четыре группы»**

Из 12 чисел, находящихся в рамках по кругу, необходимо составить четыре группы по три числа в каждой, чтобы их сумма была одинаковой и равнялась 125.

15

23

78

75

**125**

24

62

25

29

49

47

35

38

**«От 1 до 9»**

Цифры от 1 до 9 следует разместить в клетках фигурытаким образом, чтобы сумма трех цифр по диагоналям и в среднем вертикальном и горизонтальном рядах давала всегда результат – 15, а сумма четырех цифр наружных угловых, а также внутренних полей – 20.

**5**

**=15**

**=15**

**=15**

**=15**

**=15**

**=15**

**=15**

**=15**

**«Впишите цифры»**

Вместо графических символов впишите цифры от 0 до 7, памятуя при этом о том, что одинаковым символам соответствуют одинаковые цифры. Правильность подобранных цифр подтвердят правилные ответы на арифметические действия, которые следует выполнить в вертикальном и горизонтальном направлениях.

**:**

**«Как написать?»**

Подумайте:

...как написать число 78 только семерками?

...как написать число 10.000 только девятками?

**«Найдите число»**

Число оканчивается на 5. Если эту пятерку переставить из конца в начало числа, не меняя последовательности остальных цифр, получится число, вдвое большее первого. Найдите первоначальное число.

**«Определите вес»**

Пять ребят взвешивались попарно. Получилось в итоге десять разных комбинаций (по два человека), которые дали следующие результаты:

129, 125, 124, 123, 122, 121, 120, 118, 116, 114 килограммов.

Надо определить сколько весил каждый из этих ребят?

**«Задачка-лилипут»**

Назовите двузначное число, в котором вторая цифра в два раза больше первой, а сумма этих цифр является квадратом первой цифры.

**«Номер телефона»**

Один мой знакомый предложил мне запомнить номер его телефона весьма сложным способом. – Это шестизначное число, у которого сумма всех шести цифр равна 30. Четвертая цифра, пятая и первая соответственно в 2, 3 и 4 раза больше второй.цифры третья и шестая у этого числа – одинаковые.

Тут не то, чтобы запомнить, а сразу и не догадаешься, какое это число!

А удастся ли это вам?

**«Найдите закономерность»**

– – 42 34 33 25 – –

**«Число 666»**

Как увеличить число 666 в полтора раза, не производя над ним никаких арифметических действий?

**«Числа на спидометре»**

Так случилось, что пришлось мне поехать на автомобиле из Караганды в Барнаул. Садясь за руль, обратил внимание на сочетание цифр на спидометре: 36963. Интересное число, подумал я, читая слева направо и справа налево – один и тот же результат. И еще: это число делится на девять без остатка.

Когда был уже в пути, накрутил спидометр число, которое тоже обладает этими двумя свойствами. Как вы думаете, сколько километров я проехал, когда снова увидел такое необычное число?

**«Интересное произведение»**

Посмотрите на это произведение 483х12=5796.

Оно интересно тем, что в нем содержатся единожды все цифры от 1 до 9. Сможете ли вы найти еще несколько примеров такого свойства?

**«Три круга»**

Нижнее число в каждом из двух кругов является резльтатом одного и того же арифметическогодействия с двумя верхними числами. Какого действия? Установите его и заполните недостающее число в третьем круге.

**4**

**5**

**9**

**6**

**8**

**3**

**?**

**27**

**12**

**«По стопам юного Гаусса»**

Рассказывают, что в детстве с Гауссом приключилась следующая история.

Однажды в классе, где он учился, учителю захотелось немного передохнуть и он предложил ребятам найти сумму всех целых чисел от 1 до 100. Весь класс принялся лихорадочно считать. Гаусс же, поразмыслив несколько минут, тут же написал ответ. Надежды учителя на то, что ему удастся спокойно посидеть, не оправдались. Как Гауссу удалось так быстро решить задачу?

**«Дробь»**

Может ли дробь, в которой числитель меньше знаменателя, быть равной дроби, в которой числитель больше знаменателя?

**«Рейс через океан»**

Каждый день в полдень отправляется пароход из Гавра через Атлантический океан в Нью-Йорк и в то же самое время пароход той же компании отправляется из Нью-Йорка в Гавр. Переезд в том и другом направлении совершается ровно за 7 дней. Сколько судов своей компании, идущих в противоположном направлении, встречает пароход на пути из Гавра в Нью-Йорк?

**«Продажа яблок»**

Крестьянка принесла на рынок корзину яблок. Первому покупателю она продала половину всех яблок и еще пол-яблока, второму – половину остатка и еще пол-яблока, третьему – половину остатка да еще пол-яблока и т.д. Когда же пришел шестой покупатель и купил у нее половину оставшихся яблок и пол-яблока, то оказалось, что у него, как и у остальныхпокупателей, все яблоки целые и что крестьянка продала все свои яблоки. Сколько яблок она принесла на рынок?

**«Велосипедисты и муха»**

Два города А и Б находятся на расстоянии 300 км друг от друга. Из этих городов одновременно выезжают друг другу навстречу два велосипедиста и мчатся, не останавливаясь, со скоростью 50 км/час. Но вместе с первым велосипедистом из города А вылетает муха, пролетающая в час 10 км. Муха опережает первого велосипедиста, летит навстречу второму, выехавшему из города Б. Встретив его, она сразу поворачивает назад к велосипедисту А. Повстречав его, опять летит обратно навстречу велосипедисту Б, и так продолжала она свои полеты вперед и назад до тех пор, пока велосипедисты не съехались. Тогда она успокоилась и села одному из них на шапочку. Сколько километров пролетела муха?

**«Собака и два путешественника»**

Два путешественника идут по одной и той же дороге в одном и том же направлении. Первый находится на 8 км впереди другого и идет со скоростью 4 км/час, второй делает по 6 км в час. У одного из них есть собака, которая именно в тот момент, когда начали мы наблюдать за ними, побежала от своего хозяина к другому путешественнику (ее скорость 15 км/час). Затем она вернулась к хозяину и опять побежала к другому путешественнику. Так она бегала от одного к другому до тех пор, пока путешественники не встретились. Ужно узнать, какой путь пробежала собака?

**«Обратимый магический квадрат»**

Сможете ли вы образовать из шестнадцати различных чисел магический квадрат (суммы чисел вдоль каждой из его четырех вертикалей, каждой из четырех горизонталей и каждой из двух диагоналей должны быть одинаковыми), который оставался бы таковым, даже если перевернуть рисунок вверх ногами? Вы не должны использовать 3, 4 или 5, ибо эти цифры нельзя перевернуть вверх ногами; однако при определенном начертании 6 при такой операции превращается в 9, 9 – в 6, 7 – в 2, а 2 – в 7. Цифры 1, 8 и 0 переходят сами в себя. Помните, что при перевертывании квадрата постоянная сумма не должна меняться.

**«Портной»**

Портной имеет кусок сукна в 16 метров, от которого он отрезает ежедневно по 2 метра. По истечении скольких дней он отрежет кусок?

**«Сколько пчел?»**

Пчелы в числе, равном корню квадратному из половины роя, слетелись на куст жасмина. Восемь девятых всего роя осталось дома. Одна пчела-самка летает вокруг цветка лотоса. Там жужжит неосторожный самец, привлеченный сладким запахом цветка и теперь заключенный внутри его.

Сколько всего было пчел?

**ГОЛОВОЛОМКИ**

Продолжить последовательность:

1. 21, 20, 18, 15, 11, 6, \_\_, \_\_
2. 8, 27, 64, 125, \_\_
3. 1, 11, 20, 28, 35, 41, 46, \_\_
4. 30, 27, 9, 12, 9, 3, 6, 3, 1, \_\_, \_\_
5. 2, 3, 5, 7, 11, \_\_, \_\_
6. 77, 49, 36, 18, \_\_
7. 61, 52, 63, 94, \_\_, \_\_
8. 7, 9, 13, 21, 37, \_\_
9. 999, 729, 126, 12, \_\_
10. В, С, D, F, G, H, J, K, L, M, \_\_, \_\_, \_\_
11. 1, 1, 2, 6, 24, 120, \_\_
12. 679, 378, 168, 48, 32, \_\_
13. 1, 1, 3, 2, 4, 5, 6, 9, 11, 15, 20, \_\_, \_\_
14. 16, 24, 26, 54, \_\_
15. 31, 29, 31, 30, \_\_, \_\_, 31, 31, 30, ...
16. 3, 5, 8, 13, \_\_
17. 2, 5, 10, 20, \_\_, \_\_, 500, 1000
18. 1, 4, 27, 256, 3125, \_\_
19. 9, 7, 8, 6, 7, 5, 6, 4, \_\_, \_\_
20. 6, 9, 18, 21, 42, 45, \_\_, \_\_
21. 3, 1, 4, 1, 5, 9, \_\_, \_\_
22. 3, 4, 6, 10, 18, 34, 66, \_\_
23. 1, 2, 4, 7, 28, 33, 198, 205, \_\_
24. 1, 2, 4, 7, 11, \_\_
25. 1, 2, 4, 5, 10, 11, 22, 23, 46, 47, \_\_, \_\_
26. 1, 1, 1, 3, 5, 9, 17, 31, 57, \_\_
27. 235, 2225, 255, 2235, 257, 22225, \_\_
28. 1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, \_\_
29. 16, 23, 28, 38, 49, 62, 70, 77, 91, \_\_
30. 2, -2, 4, -12, 48, -240, 1440, \_\_

**Задачи со спичками**

**«Сто»**

К четырем спичкам необходимо приложить еще пять таким образом, чтобы получилось сто

**«Рак»**

Спичечный рак ползет вверх. Переложите три спички так, чтобы он пополз вниз.

**«Весы»**

Весы составлены из девяти спичек и не находятся в состоянии равновесия. Требуется переложить в них пять спичек так, чтобы весы пришли в равновесие.

**«Ключ»**

Из десяти спичек сделан ключ. Переложите в нем четыре спички так, чтобы получилось три квадрата.

**«Три квадрата»**

В фигуре изображенной на рисунке, необходимо снять три спички так, чтобы получилось три равных квадрата.

**«Квадраты»**

В фигуре на рисунке необходимо снять восемь спичек так, чтобы: 1) осталось только два квадрата; 2) осталось четыре равных квадрата.

**«Пять квадратов»**

Спички расположены, как показано на рисунке. Переложите две спички так, чтобы получилось пять равных квадратов.

**«Квадраты и треугольники»**

Восемь спичек на рисунке образуют квадрат и два треугольника. Как переложить четыре спички, чтобы получить два квадрата и четыре треугольника?

**«Храм»**

Этот греческий храм построен из одиннадцати спичек. Требуется переложить четыре спички так, чтобы получилось пятнадцать квадратов.

**«Лампа»**

В лампе, составленной из двенадцати спичек, надо переложить три спички так, чтобы получилось пять равных треугольников.

**«Из девяти спичек»**

Из 9 спичек составить 7 треугольников, лежащих в одной плоскости. Ломать, разрезать и накладывать спички друг на друга не допускается.

Головоломка имеет два решения.

**«Поднять одной спичкой 15 спичек»**

Сложите 16 спичек так, чтобы все сооружение можно было поднять, держась только за одну спичку.

**«Четыре треугольника»**

Из шести спичек надо составить четыре равных равносторонних треугольника.

**«Равенство»**

Девятнадцатью спичками выложите «равенство», показанное на рисунке. Переложите 3 спички так, чтобы получилось правильное равенство.

**Числовые ребусы**

І. Среди математических занимательных задач и развлечений часто встречаются числовые ребусы или крипта рифмы. Вот один из них:

Здесь в примере возведения в квадрат трехзначного числа все цифры заменены буквами и звездочками. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, а разными буквами – неодинаковые цифры. Требуется восстановить первоначальный вид примера.

Решение этой задачи достигается не механическим перебором вариантов, а строго логически. Можно рассуждать, например, так.

Буква *а* обозначает не единицу, не пятерку и не шестерку, так как последние цифры множителей и произведения не совпадают. Значит, второе частное произведение

*двав=\*\*\*в*

может оканчиваться буквой *в* только в том случае, если она обозначает пятерку, а буква *а –* какую-то нечетную цифру.

Из столбца шестого разряда видно, что *е* меньше *ч.* Следовательно, буква *е* не может обозначать девятку, поэтому буква *а* не может быть тройкой или семеркой. Отсюда *а=*9, а *е*=1. После этого несложно найти, что *ч=*2, а *д=*4.

Окончательно

Решение единственное.

Этот ребус интересен еще и тем, что он переведен на украинский, молдавский, польский, словацкий, испанский языки и даже на эсперанто.

1. 2. 3.

4. 5. 6.

Каждая из этих задач имеет единственное решение.

О т в е т ы

1. На украинском языке: *а=*9, *в=*3, *д=*7, *и=*1, *о=*4, *р=*2, *т=*6, *ч=*5.

2. На молдавском языке: *а=*7, *д=*2, *й=*9, *о=*5, *п=*6, *р=*8, *т=*0, *у=*1.

3. На польском языке: *а=*4, *c=*7, *d=*8, *е=*3, *r=*1, *t=*9, *w=*5, *y=*6, *z=*2.

4. На словацком языке: *а=*9, *d=*2, *i=*1, *r=*8, *š=*4, *t=*3, *v=*0, *у=*6.

5. На испанском языке: *а=*8, *c=*3, *d=*5, *i=*1, *o=*6, *r=*9, *s=*4, *t=*0, *u=*1.

6. На эсперанто: *а=*1, *d=*5, *i=*7, *k=*2, *o=*0, *r=*6, *u=*4, *v=*9.

II. Впишите буквы *в, е, д, р, о, с, и, т, р, о, д, и, а, н, а* в пустые кружки так, чтобы в первой и второй строках получились слова, обозначающие соответственно: 1) диаметрально противоположную зениту точку небесной сферы; 2) приспособление из грузика, укрепленного на бечёвке, применяемое для определения вертикальности, а в оставшихся пяти кружках читалось бы слева вверх направо слово, обозначающее средство передачи сигналов на расстояние, изобретенное А. С. Поповым.

После этого восстановите скрытый в этой задаче пример умножения, заменив буквы и звездочки цифрами,

Р е ш е н и е

Совпадение последних цифр в 1-й и 7-й строках возможно, если *р –* цифра четная и буква *о* обозначает цифру 6. А раз множимое – число четное, то частные произведения оканчиваются цифрами 0, 2, 4, 6 и 8. Таким образом, буквы *в, е, н, с, т* обозначают нечетные цифры.

В 3-й и 4-й строках стоят 5-значные числа, следовательно, *н=*1.

Так как в 7-й строке стоит 6-значное число, то четная цифра *а* может быть только восьмеркой.

Нуль может стоять только на месте буквы *и.* Соответственно *е=*5.

Далее найдем, что тройка обозначатеся буквой *с, р=*2 и т. д. Окончательно

**Арифметические ребусы**

В предлагаемых ребусах восстановите цифры, замененные буквами. Одинаковые цифры заменены одинаковыми буквами, разным цифрам соответствуют разные буквы.

1) 2) 3 4)

5) 6) 7) 8)

9) 10)

О т в е т ы

1) уран – 6321; 2) косач – 23 958; 3) парик – 54 321; 4) сосна – 20 284; 5) тузик – 54 271; 6) кросс – 35 977; 7) свисток – 7 927 164; 8) спорт – 43 972; 9) ребус – 47 619; 10) ребус – 79 365.

1 При решении полезно записать числа в виде сумм разрядных слагаемых.

**Задачи на «переливание»**

1. **Переливаем молоко.**Из восьмилитрового ведра, наполненного молоком, надо отлить 4 литра с помощью двух пустых бидонов: трехлитрового и пятилитрового.

**Решение.**

1. Переливаем из восьмилитрового ведра 5 литров молока в пятилитровое.  
2. Переливаем из пятилитрового ведра 3 литра в трёхлитровое.  
3. Переливаем их теперь в восьмилитровое ведро. Итак, теперь трёхлитровое ведро пусто, в восьилитровом 6 литров молока, а в пятилитровом - 2 литра молока.  
4. Переливаем 2 литра молока из пятилитрового ведра в трёхлитровое, а потом наливаем 5 литров из восьмилитрового в пятилитровое. Теперь в восьмилитровом 1 литр молока, в пятилитровом - 5, а в трёхлитровом - 2 литра молока.  
5. Доливаем дополна трёхлитровое ведро из пятилитрового и переливаем эти 3 литра в восьмилитровое ведро. В восьмилитровом ведре стало 4 литра, так же, как и в пятилитровом. Задача решена.

2. Можно ли разлить 50 литров бензина по трём бакам так, чтобы в первом баке было на 10 литров больше, чем во втором, а после переливания 26 литров из первого бака в третий в третьем баке стало столько же бензина, сколько во втором?

Ответ Указание Решение

**Ответ.** Нет, нельзя.

**Указание.** Заметьте, если бы такое переливание было возможно, то во втором баке должно было быть больше чем 26 л бензина.

**Решение.** При таком переливании во втором баке должно было быть больше 26 л бензина, а в первом — ещё больше, чем во втором. Следовательно, даже если надо было бы наполнить только эти два бака, всё равно на это не хватило бы 50 л. Значит, разделить бензин так, как требуется в условии, невозможно.

3.Есть три бидона емкостью 14 л, 9 л и 5 л. В большем бидоне 14 литров молока, остальные бидоны пусты. Как с помощью этих сосудов разлить молоко пополам?

Указание Решение

**Указание.** Получите сначала 1 литр, а затем 2 литра в 9-литровом бидоне.

**Решение.** Приведем схему разливания молока (первое число - сколько литров в 14-литровом бидоне, второе - сколько в 9-литровом, третье - сколько в 5-литровом): 14 0 0 - 9 0 5 - 9 5 0 - 4 5 5 - 4 9 1 - 13 0 1 - 13 1 0 - 8 1 5 - 8 6 0 - 3 6 5 - 3 9 2 - 12 0 2 - 12 2 0 - 7 2 5 - 7 7 0.

**Задачи на взвешивание**

1. а) Есть 27 монет. Известно, что одна из них фальшивая (по весу тяжелее настоящих). Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить фальшивую монету?   
б) Можно ли определить фальшивую монету за три взвешивания, если монет 25?

**Указание.** Попробуйте сначала за одно взвешивание на чашечных весах без гирь определить из трёх монет одну фальшивую, если известно, что она тяжелее настоящих.

**Решение.** а) Разделим монеты на 3 кучки по 9 монет. Положим на чаши весов первую и вторую кучки; по результату этого взвешивания мы точно узнаем, в какой из кучек находится фальшивка (если весы покажут равенство, то она - в третьей кучке). Теперь, аналогично, разделим выбранную кучку на три части по три монеты, положим на весы две из этих частей и определим, в какой из частей находится фальшивая монета. Наконец, остается из трех монет определить более тяжелую; кладем на чаши весов по 1 монете - фальшивкой является более тяжелая; если же на весах равенство, то фальшивой является третья монета из части.  
б) Поступаем абсолютно аналогично, только в самом начале разбиваем монеты на 2 кучки по 9 монет и одну из 7 монет, а в случае надобности кучку из 7 монет разобьём на 2 кучки по 3 монеты и однy "кучку" из одной монеты.

2. а) Какие веса могут иметь четыре гири для того, чтобы с их помощью можно было взвесить любое целое число килограммов от 1 до 15 на чашечных весах (гири можно ставить только на одну чашку)?

б) Какие веса могут иметь три гири для того, чтобы с их помощью можно было взвесить любое целое число килограммов от 1 до 10 на чашечных весах (гири можно ставить на обе чашки)? Приведите пример.

Решение

**Решение.** а) Достаточно гирек весом в 1, 2, 4 и 8 килограммов. В этом нетрудно убедиться, подобрав соответствующие примеры.

б) Нам понадобятся гирьки весом в 3, 4 и 9 килограммов. То, что этот набор действительно позволяет взвесить любое целое число килограммов от 1 до 10, показывают следующие равенства: 1=4-3, 2=9-3-4, 3=3, 4=4, 5=9-4, 6=9-3, 7=3+4, 8=3-4+9, 9=9, 10=4+9-3.

3. Имеются неправильные чашечные весы, мешок крупы и правильная гиря в 1 кг. Как отвесить на этих весах 1 кг крупы?

Указание Решение

**Указание.** Попробуйте поставить на одну чашку весов гирю в 1 кг и уравновесить весы.

**Решение.** Можно поступить, например, так: поставим на одну чашку весов гирю весом 1 кг и уравновесим весы крупой из мешка. Теперь снимем с весов эту гирю и вместо нее насыпем крупу. Когда этой крупы станет ровно 1 кг, весы окажутся в равновесии.

4. Имеются чашечные весы без гирь и 4 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причём неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?

Указание Решение

**Указание.** Обратите внимание: требуется определить фальшивую монету, при этом вовсе не требуется указывать, легче она, чем настоящие, или тяжелее.

**Решение.** Если у нас 3 монеты, достаточно двух взвешиваний. Кладём на каждую чашку весов по одной монете. Если весы не в равновесии, значит, та монета, которая осталась, — настоящая. Кладём её на весы с любой из остальных и сразу определяем, какая из них фальшивая. Если же весы в равновесии, значит, фальшивая монета та, которая осталась, и вторым взвешиванием можно даже определить, легче она или тяжелее, чем настоящие. Если у нас 4 монеты, опять достаточно двух взвешиваний. Разделим наши монеты на две кучки по 2 монеты и положим одну из кучек на весы — по монете на каждую чашку. Если весы в равновесии, то обе монеты на них настоящие. Если весы не в равновесии, то обе монеты на столе настоящие. Итак, теперь мы знаем, в какой кучке лежит фальшивая монета. Положим на одну чашку весов монету из кучки, где обе настоящие, на вторую — монету из кучки, где фальшивая. Если при этом весы будут в равновесии, значит, фальшивая монета осталась на столе, а если не в равновесии, значит, мы положили её на весы (в этом случае мы даже узнаем, легче она или тяжелее).

5. Имеются чашечные весы со стрелками и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и каждая весит по 2 грамма, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие и каждая весит по 1 грамму. Как при помощи одного взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?

Решение

**Решение.** Возьмём из первого мешка 1 монету, из второго — 2, из третьего — 3,..., из последнего — 10 монет. Всего 1 + 2 + 3 +...+ 10 = 45 монет. Взвесим их. Если бы все они были настоящие, они весили бы 45 граммов, но в нашем случае они будут весить больше. Если фальшивая монета одна, то будет перевес 1 грамм, если две — 2 грамма, ... если десять фальшивых монет — будет перевес 10 грамм. Таким образом, зная перевес, мы сразу определим количество фальшивых монет. А оно, в свою очередь, покажет нам номер мешка, в котором они лежат.

6. Дан мешок сахарного песка, чашечные весы и гирька в 1 г. Можно ли за 10 взвешиваний отмерить 1 кг сахара?

Ответ

**Ответ.** Да. Причем меньшим числом взвешиваний обойтись нельзя.

7. Известно, что среди ста монет имеется ровно одна фальшивая (отличается по весу от настоящих). С помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определите, легче или тяжелее фальшивая монета настоящей (находить ее не надо!).

Решение

**Решение.** Положим сначала на каждую чашу по 50 монет. Затем возьмем более тяжелую часть, разобьем ее на кучки по 25 монет и взвесим их. Если их массы равны, то фальшивая монета легче остальных, иначе - тяжелее остальных.

8. В корзине лежат 13 яблок. Имеются весы, с помощью которых можно узнать суммарный вес любых двух яблок. Придумайте способ выяснить за 8 взвешиваний суммарный вес всех яблок.

Указание Решение

**Указание.** Попробуйте за три взвешивания найти суммарный вес трех яблок.

**Решение.** Занумеруем яблоки. Взвесим первое яблоко со вторым, второе с третьим и третье с первым, затем сложим полученные веса (где-нибудь в тетради) и получим удвоенный вес трех яблок, а затем и вес трех яблок, следовательно, за три взвешивания мы узнали суммарный вес первых трех яблок. Осталось пять взвешиваний и десять яблок, которые взвешиваем попарно и, суммируя все данные, получим вес 13 яблок.

**ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ**

Существенным условием повышения эффективности обучения математике является заинтересованное отношение учащихся к этому предмету, постепенное систематическое включение их в самостоятельную познавательную деятельность. Практика показывает, что для достижения указанных целей необходима система внеклассной работы по математике и ее взаимосвязь с классными занятиями, этим самым развивается потенциал, творческие способности учащихся. Этому способствует в немалой степени решение логических задач, им присущ тот «интригующий момент», который неизменно вызывает у пытливого ученика повышенный интерес и дает желание попробовать свои силы в решении их. Все задачи в той или иной мере заставят ученика проявить догадку, математическое остроумие, упорство в поисках путей решения, приучат к сосредоточенному решению.

Для решения задач достаточно знать арифметические действия, но все же необходимо проявить воображение. Интересные задачи привлекают внимание учеников к некоторым вопросам теории, связанным с заинтересовавшей их задачей.

Главная цель – расширить возможности учеников в решении задач и тем самым содействовать развитию мыслительных способностей.

**«Рыбалка»**

Четверо человек удили рыбу. Всего поймали 6 штук. Один поймал 3 рыбы, другой – 2, третий – 1, четвертый не поймал ничего. Один ловил на червей, кто-то на живца, другой на мух, а кто-то на опарыша. Определить улов каждого, и что он использовал в качестве насадки, если:

1. Того, кто поймал две рыбы, зовут не Серик, и в качестве насадки он пользовался не червями.

2. Тот, кто ловил на живца, не поймал столько, сколько Федор.

3. Лучшей насадкой в тот день оказались мухи, на них поймали три рыбы.

4. Талгат пользовался в качестве насадки опарышом.

5. Серик не ловил на живца.

6. Четвертого мальчика звали Иваном.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **3** | **2** | **1** | **0** | **черви** | **мухи** | **опарыш** | **живец** |
| **Серик** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Талгат** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Иван** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Федор** |  |  |  |  |  |  |  |  |

**«Соклассники»**

В шестом классе учатся Сухоруков, Исмакова, Байшалов, Логинова, Мартынова, Купин. Все они живут в разных районах: на Набережной, на улице Абая, Крылова, Горького, Утепова и Виноградова.

Известно, что:

1. Сухоруков и живущий на Набережной любят математику.

2. Мартынова и живущий на Абая увлекаются историей.

3. Байшалов и живущий на Крылова любят литературу.

4. Исмакова и Купин хорошо рисуют, а живущий на Крылова хорошо поет.

5. Ученик, живущий на Утепова старше Сухорукова, а на Виноградова старше Байшалова.

6. Исмакова и живущий на Набережной на прогулке гуляют вместе, а Байшалов и живущий на Утепова играют вместе в футбол. Определить, кто из учеников живет на какой улице и какой предмет любит?

**Национальная игра «Асык»**

На перемене ребята бросали асыки, один из них бросил 9, другой – 12, третий – 17, остальные – 20 и 25. Догадайтесь, кто победил, если:

1. Мансур бросил на 5 асыков больше, чем Динара.

2. Динара и Рита бросили вместе 37 асыков.

3. Иван бросил на 8 асыков меньше, чем Динара.

4. Жандос бросил на 8 меньше, чем Мансур.

5. Разница между количеством брошенных асыков Динары и Ивана – 3.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 9 | 12 | 17 | 20 | 25 |
| Динара |  |  |  |  |  |
| Жандос |  |  |  |  |  |
| Иван |  |  |  |  |  |
| Мансур |  |  |  |  |  |
| Рита |  |  |  |  |  |

**Урок геометрии**

Ученики на уроке геометрии строили углы А; В; С; D; E. Используя транспортир, определите величины углов, и кто какой строил угол, если:

1. Светлов строил угол, смежный угол которого равен 100.

2. Павлов построил угол 110.

3. Ни Толя, ни Коля не строили угол 30.

4. Иванов строил угол, смежный угол которого равен 120.

5. Ни Иван, ни Игорь, ни Сергей не строили угол 140.

6. Острый угол Петрова 40. Угол 70 не строил Сидоров.

7. Смежный угол Толи – 120.

8. Ни у Павлова, ни у Сергея нет угла 80.

9. Разница углов, построенных Ивановым и Светловым, равна 30.

**Покупки**

Студенты, получив стипендию, закупили продукты на месяц. Так получилось, что они купили одинаковые продукты, но в разных количествах, определить, кто что купил, если:

1. Та, что потратила 1752 тенге, купила 5 кг муки и 3 кг конфет.

2. Лариса потратила меньше всех денег, на 894 тенге меньше, чем Таня, она купила 3 кг сахара, 5 десятков яиц и 1 кг сметаны.

3. Вера истратила 180 тенге на муку и на яйца со сметаной – 360 тенге.

4. Галя – 2 десятка яиц и потратила на сметану и сахар 990 тенге.

5. Тот, кто истратил больше всех, принес 1 кг сахара и в сумме принес 1 кг и на 588 тенге больше Веры.

6. Таня купила 5 кг сметаны, 4 кг конфет и 1 кг муки.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Сметана  150 тенге | Яйца  60 тенге | Сахар  78 тенге | Мука  36 тенге | Конфеты  300 тенге | Всего |
| Вера |  |  |  |  |  |  |
| Лариса |  |  |  |  |  |  |
| Таня |  |  |  |  |  |  |
| Света |  |  |  |  |  |  |
| Галя |  |  |  |  |  |  |

**Соревнования по решению уравнений**

Учительница Глухарева устроила соревнования по решению уравнений и сама приняла участие в соревнованиях. Определите фамилию и имя участников соревнований, и кто сколько решил уравнений, если:

1. Утехина и Галя вместе решили меньше, чем Эльвира или Иванова.

2. Алина решила в 2 раза больше, чем Гаврилова.

3. Фамилия Светы не начинается с буквы Г.

4. Петлина решила четверть того, что решила Алина.

5. Глухарева решила 18 уравнений, Женя только половину этого.

6. Алла решила столько, сколько Эльвира и Галя вместе.

7. Света и Галя вместе решили только, сколько Женя.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Глухарева | Петлин | Гаврилов | Коресков | Утехина | Иванова | 3 | 6 | 9 | 12 | 18 | 24 |
| Галя |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Женя |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Алина |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Света |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Алла |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Эльвира |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 18 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 24 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**«Пять пряников»**

Как разделить пять пряников поровну между шестью мальчиками, не разрезая ни одного из них на шесть равных частей?

**«Сколько кошек?»**

В комнате четыре угла. В каждом углу сидит кошка. Напротив каждой кошки по три кошки. На хвосте каждой кошки по одной кошке. Сколько же всего кошек в комнате?

**«Дележ»**

Как разделить 5 яблок между 5 мальчиками так, чтобы каждый получил по яблоку и одно яблоко осталось в корзине?

**«У кого сколько ног?»**

Девочка устроила на окне живой уголок. Там стоят аквариум и садок для насекомых. В аквариуме живет один обитатель, которого девочка поймала в реке под камнем. Для первого знакомства он больно ущипнул девочку за палец.

В садке пять обитателей: жуки и пауки. А сколько там жуков и сколько пауков,– отгадайте сами. Известно только, что у всех обитателей живого уголка 46 ног...

**«В нашем доме»**

В нашем небольшом трехэтажном доме на каждом этаже живет по две семьи. Все мы – приятели: два учителя, два автомеханика, один музыкант и я, парикмахер. Отгадайте, кто из нас на каком этаже живет (и заодно уж и наши фамилии), если скажем вам, что

- музыкант Симонович живет не на третьем этаже;

- квартиры учителей и моя не находятся на втором этаже;

- учитель Фирсов имеет квартиру на 3-м этаже;

- нет, моя фамилия не Борисов;

- на первом этаже живут учитель и автомеханик;

- Доценко (он не учитель) проживает на одном этаже с Касимовым;

- фамилия одной семьи Соколовы.

**«Как поделили орехи?»**

Отец поставил перед своими детьми – Колей, Митей и Наташей, небольшую закрытую корзинку, сказав при этом: «Идите, ребята, готовить уроки, а чтобы не мешать друг другу, сядьте в разных местах. Когда сделаете уроки, поделите орехи поровну». Первым сдлал уроки Коля. Открыв корзинку, он сосчитал орехи, разделил их на три равные части и взяв свою долю ушел гулять. Немного погодя пришла Наташа. Она подумала что орехов еще никто не брал, и сделала то же, что и Коля,– сосчитала орехи, разделила их на три части и взяла себе третью часть. Вообразив, что пришел первым, Митя проделал у корзинки то же.

Когда собрались все вместе – отец, Коля, Наташа и Митя,– отец открыл крышку корзинки и был удивлен, увидев на дне ее шестнадцать орехов. Он поинтересовался, каким образом ребята разделили орехи. Узнав, как это получилось, отец поделил эти шестнадцать орехов между Наташей и Митей. В результате у каждого из троих оказалось одинаковое количество орехов. Сколько орехов было в корзинке, когда к ней подошел Коля? Сколько орехов отец добавил Наташе и Мите?

**«Кто разбил окно?»**

Во время перемены в классе оставалось 9 учеников. Один из них нечаянно разбил окно. На вопрос учителя: «Кто это сделал?» – были даны такие ответы:

Костя:– Это сделал Дима.

Оля:– Неправда!

Маша:– Я разбила!

Нина:– Точно не знаю – или Маша, или Вася.

Алла:– Это Маша!

Гена:– Нет, Маши там и рядом не было.

Вася:– Ни Маша, ни я его не разбивали.

Рома:– Вася прав, но Дима тут тоже ни при чем.

Дима:– Наверное, все-таки виновата Маша.

Из этих девяти ответов правдивы только три. Так кто же разбил окно?

**Задачи «Принцип Дирихле»**

З а д а ч а 1. В комоде лежат синие и красные носки. Каково наименьшее число носков, которые надо взять наугад, чтобы среди них была пара одноцветных?

Обычно дети рассуждают так: если взять два носка, то в самом неблагоприятном случае будет один синий и один красный. Ясно, что взяв еще один носок, мы получаем пару одноцветных носков.

З а д а ч а 2. В коробке лежат карандаши – синие, красные и желтые. Каково наименьшее число карандашей, которые надо взять (не глядя), чтобы было хотя бы:

а) два карандаша одного цвета;

б) четыре карандаша одного цвета.

Во втором случае можно рассуждать так: в самом неблагоприятном случае у нас будет по 3 карандаша каждого цвета, т. е. 9 карандашей. Десятый будет либо синий, либо красный, либо желтый. Тогда будет 4 карандаша одного цвета, т. е. надо взять 10 карандашей.

Пользуясь этими примерами, можно сформулировать принцип Дирихле («принцип ящиков»): если несколько предметов расположены в нескольких ящиках и число предметов больше числа ящиков, то хотя бы в одном ящике находятся хотя бы два предмета.

Нужно отметить, что во второй задаче мы воспользовались одним обобщением этого принципа, а именно: если *т* предметов распределены в *п* ящиках и *т>n*·*k,* где *k –* натуральное число, то существует ящик, который содержит хотя бы *k+*1 предметов.

З а д а ч а 3. В классе 37 учеников. Найдутся ли среди них четыре, которые родились в одном месяце?

Ответ очевиден: да (37>12·3). Здесь целесообразно несколько изменить условие задачи: а что будет, если в классе, скажем, не 37, а 38, или 42, или 48 учеников? Эти модификации условия дают ребятам возможность понять, что с увеличением числа «предметов» (вплоть до *т=п*(*k*+1)) заключение не меняется.

З а д а ч а 4. Доказать, что среди любых трех натуральных чисел всегда можно найти два, сумма которых делится на 2.

Здесь надо показать, что роль «ящиков» играют четные и нечетные числа, т. е. что имеем два ящика. Поскольку предметов (чисел) три, то ясно, что по крайней мере имеются два числа одной четности (два четных и два нечетных).

Ясно, что суть применения принципа Дирихле в том, как догадаться, исходя из условия задачи, что будет играть роль «ящиков» и «предметов».

З а д а ч а 5. Можно ли двумя красками (синей и красной) раскрасить грани куба так, чтобы каждые две соседние грани были разноцветными?

На этой задаче можно «поэкспериментировать» и убедиться, что это невозможно. Однако можно рассуждать и так: одним цветом должны быть раскрашены две противоположные грани. Поскольку у куб таких пар противоположных граней три, а цветов только два, то это невозможно.

З а д а ч а 6. В классе 30 учеников, некоторые из них друзья. Доказать, что можно найти хотя бы двух учеников, у которых одинаковое число друзей.

Р е ш е н и е: у одного ученика может быть 0, 1, …, 29 друзей. Надо сообразить, что налицо два исключающих друг друга случая. Первый – когда в классе есть школьник, у которого нет друзей. Тогда ясно, что нет школьника, у которого 29 друзей. В этом случае для числа друзей любого ученика имеем 29 возможностей – 0, 1, …, 28. Поскольку учеников 30 и всех возможностей 29, то найдутся двое, у которых одинаковое число друзей.

Во втором случае, когда в классе есть школьник, который дружит со всеми (у него 29 друзей), то нет школьника без друзей. Для числа друзей снова имеем 29 возможностей – 1, 2, …, 29, и можно утверждать, что найдутся двое, у которых одинаковое число друзей.

Надо еще отметить, что решение не зависит от числа учеников.

З а д а ч а 7. В квадрате со стороной 3 см произвольным образом расположены 10 точек. Возможно ли найти квадратик со стороной 1 см, которым можно накрыть хотя бы 2 точки?

Пусть число точек 30. Возможно ли таким же квадратиком накрыть хотя бы 4 точки? (Точка считается накрытой и в случае, когда лежит на стороне квадрата.)

Если разделим каждую сторону квадрата на 3 равные части, то получим 9 квадратиков размером 1·1. Это и есть «ящики». Сейчас можно применять принцип Дирихле. Здесь можно дополнить условие вопросами типа: сколько точек надо взять, чтобы накрыть таким квадратиком хотя бы 7 точек?

**Комбинаторные задачи**

Комбинаторные задачи привлекательны тем, что легко могут быть оформлены в виде головоломок. Они неизменно вызывают у учащихся большой интерес.

Тема 1. Непосредственное составление соединений из небольшого количества предметов.

3

2

1

*Рис. 1*

Рассмотрим задачу. У Левы 2 конверта: обычный и авиа, и 3 марки: прямоугольная, квадратная и треугольная. Сколькими способами он может выбрать конверт и марку, чтобы отправить письмо?

Учащиеся легко убеждаются, что всего 6 вариантов.

Учитель предлагает удобный способ решения таких задач, при котором трудно пропустить какую-нибудь возможность – построение графа: фигуры, состоящей из точек и отрезков, которые их соединяют (рис. 1). Граф для данной задачи приведен на рис. 2. Он строится в два этапа: сначала мы выбираем конверт, а потом марку.

*Рис. 2*

*конверт*

*а*

*о*

*письмо*

*К*

*П*

*Т*

*К*

*Т*

*П*

*марка*

Тема 2. Решение комбинаторных задач с помощью графов и способа умножения.

Следующие задачи ярко демонстрируют преимущества решения задач с помощью графа перед непосредственным перебором вариантов:

1.1. Ужасные грабители Кнопка и Скрепка решили украсть из сейфа золотой ключик Буратино. Для того чтобы открыть замок входной двери, им нужно подобрать двузначный код. Причем известно, что дверь запирает Буратино, который знает пока еще только 4 цифры: 1, 2, 3, 4. Сколько вариантов придется перебрать Кнопке и Скрепке, чтобы проникнуть в дом?

Решение: см. рис. 3.

*код*

*первичная ячейка*

*4*

*3*

*2*

*1*

*2*

*1*

*2*

*4*

*2*

*3*

*4*

*2*

*3*

*4*

*1*

*3*

*1*

*4*

*1*

*3*

*вторичная ячейка*

*Рис. 3*

1.2. Проникнуть в дом – полдела. Кнопке и Скрепке нужно еще открыть сейф. Но сейф запирает папа Карло, а он знает все цифры. Сколько двузначных кодов нужно перебрать грабителям, чтобы открыть сейф?

Решение: см. рис. 4. Ребята легко найдут ответ и не вычерчивая граф полностью.

*Рис. 4*

*9*

*8*

*7*

*5*

*6*

*4*

*3*

*2*

*1*

*0*

*а*

*а*

*а*

*а*

*а*

*а*

*а*

*а*

*а*

*а*

*0*

*9*

*8*

*7*

*6*

*5*

*4*

*3*

*2*

*1*

*0*

1.3. У ковбоя Джека две лошади: каурой и гнедой масти, два седла: красное и зеленое, две пары шпор: длинные и короткие, два револьвера: один марки «Кольт», другой – «Смит-и-Вессон». Сколькими способами Джек может экипироваться для конной прогулки по прериям?

Решение: см. рис. 5.

*Джек*

*лошадь*

*Г*

*К*

*седло*

*Зз*

*Кр*

*Кр*

*Зз*

*шпоры*

*дз*

*кз*

*кз*

*зз*

*кз*

*дз*

*дз*

*кз*

*револьвер*

*кз*

*кз*

*кз*

*кз*

*сз*

*сз*

*сз*

*сз*

*кз*

*кз*

*сз*

*сз*

*кз*

*сз*

*сз*

*кз*

*Рис. 5*

1.4. Космический корабль «Циклоп» опустился на неизвестную планету Х звезды V созвездия Центавр. Планета оказалась обитаема и разделена океанами на три материка. Каждый материк выдвинул трех представителей для того, чтобы лететь с кораблем на Землю. Представителей первого материка зовут Ман, Зан, Сан, второго – Пын, Фын, Шин, третьего – Хыр, Кыр, Дыр. Но на «Циклопе» не хватит анабиозных ванн для девяти человек. Он может взять только трех. Сколько способов у инопланетян составить делегацию на Землю?

Решение: см. рис. 6.

*Делегация*

*Дыр*

*Хыр*

*Кыр*

*Сан*

*Зан*

*Ман*

*Шин*

*Фын*

*Пын*

*Рис. 6*

Задачи 1.1 – 1.4 позволят естественно перейти к решению задач способом умножения.

2.1. У Кролика две табуретки: красная и зеленая. К нему в гости пришли Винни-Пух и Пятачок. Сколькими способами он может рассадить гостей?

Решение: на красную табуретку может сесть или Пятачок, или Пух. В любом случае на оставшуюся табуретку сядет второй гость, т. е. всего два способа.

2.2. В следующий раз к Кролику пришли три гостя: Винни-Пух, Пятачок и ослик Иа. Сколькими способами он может рассадить гостей на синей, красной и желтой табуретках?

Решение: сначала учащиеся решают задачу перебором. Затем учитель предлагает провести такие же рассуждения, как и в предыдущей задаче: на красную табуретку может сесть или Пух, или Пятачок, или Иа. Всего имеются 3 возможности. На синюю табуретку сядет один из двух оставшихся гостей. Ну а на желтую табуретку сядет тот гость, который не успел занять ни красную, ни синюю. Получается 3·2·1=6 способов.

2.3. Сколькими способами Кролик может рассадить пять гостей на пяти разноцветных табуретках?

Решение: рассуждая аналогично предыдущей задаче, ребята получают ответ: 5·4·3·2·1=120 способов.

Учитель подводит итог: двух гостей на две табуретки можно рассадить 2·1=2 способами; трех гостей на три табуретки можно рассадить 3·2·1=6 способами; четырех гостей на четыре табуретки – 4·3·2·1=24 способами; пять гостей на пять табуреток – 5·4·3·2·1=120 способами.

Здесь уместно сообщить, что произведение 1·2·3·4·5 обозначается 5!, ввести термин «факториал» и предложить учащимся вычислить 6! и 7!.

После решения задач второго блока можно вернуться к первому блоку задач и решить их способом умножения.

Приведем еще два блока задач, которые учащиеся могут решить способом умножения:

3.1. На борту космического корабля «Циклоп» три пилота и два инженера. Сколькими способами можно составить экипаж разведывательного катера из одного пилота и одного инженера?

Ответ: шестью способами.

3.2. В некотором городе у всех велосипедистов были трехзначные номера. Но велосипедисты попросили, чтобы в этих номерах не встречались цифры 0 и 8, потому что первая из них похожа на вытянутое колесо, ну а что для велосипедиста «восьмерка» колеса – знает каждый. Хватит ли им номеров, если в этом городе велосипеды имеют 710 человек?

Решение: для выбора цифры сотен номера имеется восемь возможностей, а именно 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9. Столько же возможностей для выбора цифры десятков и единиц. Всего номеров будет: 8·8·8=512. Так что на всех обладателей велосипедов их не хватит.

3.3. Хватит ли номеров, если велосипедисты смягчат свои требования и согласятся на цифру 0?

Ответ: конечно, хватит. Номеров будет 9·9·9=729.

3.4. В V классе изучаются восемь предметов. В среду пять уроков, и все различны. Сколькими способами можно составить расписание на среду?

Ответ: всего 8·7·6·5·4=6720 способов.

4.1. Сколько всего автомобильных номеров можно составить из четырех цифр и трех букв?

Ответ: 10·10·10·10·32·32·32=32 768 000 номеров.

4.2. Сколько различных четных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 3, 4, 5?

Ответ: 1·2·3·4·2=48 чисел.

4.3. Андрей, Боря, Витя, Гриша, Дима и Женя решили покататься на карусели, сиденья которой изображали льва, тигра, слона, оленя, медведя и жирафа. Ребята заспорили, кому на какого зверя садиться, и решили перепробовать все способы. Сколько раз им пришлось бы для этого прокатиться на карусели?

Ответ: всего 6!=1·2·3·4·5·6=720 раз.

4.4. В городе проводится первенство по футболу между шестью командами. Сколько состоится матчей?

Решение: если решать эту задачу способом, аналогичным решению 3.4, то получится ответ: 6·7=42 матча. Но это неверно. Дело в том, что в матче «Мотор» – «Искра» неважно, какая команда будет первая, а какая вторая. А при нашем методе подсчета этот матч подсчитан дважды – и как встреча «Мотора» с «Искрой», и как игра «Искры» с «Мотором». Поэтому ответ вдвое больше, чем следует. В первенстве состоялся: 42:2=21 матч. Можно предложить ребятам проверить ответ, занумеровав команды числами от 1 до 6 и выписав все возможности.

4.5. Сколькими способами можно зачеркнуть 5 номеров из 36, играя в «Спортлото»?

Решение: ответ 36·35·34·33·32=4 523 904 будет неверным, так как все равно, вычеркиваем мы сначала номер 13, а потом 3 или наоборот, т. е. вычеркивание номеров в порядке 13, 3, 6, 17, 10 дает тот же результат, что и вычеркивание в порядке 6, 17, 3, 10, 13. А так как 5 номеров можно переставлять друг с другом 5·4·3·2·1=120 способами, то верный ответ будет таким: 4 523 904:120=376 992.

Очень важно отметить, что при решении двух последних задач учащиеся, по существу, перешли от размещений и перестановок к составлению сочетаний. Этот тип задач несколько сложнее ранее рассмотренных, но при данном методе изложения учащиеся с ними справляются.

Получив в руки такое мощное оружие, как граф, учащиеся смогут решать задачи, в условии которых на соединения наложены какие-либо ограничения (в этом случае использовать способ умножения значительно сложнее).