**Параллельное проектирование и его свойства. Изображение пространственных фигур.**

*Цели:*

*Образовательная:*изучение понятия “параллельное проецирование” и его свойств, дать представление об изображении пространственных фигур на плоскости.

*Развивающая:* развитие абстрактного мышления, пространственного изображения, развитие познавательного интереса.

*Воспитывающая:*формирование представлении о математике как части общечеловеческой культуры, в частности, на примере межпредметных связей (геометрия – черчение, геометрия – изобразительное искусство, геометрия – физика); эстетическое воспитание учащихся.

*Тип урока:* усвоение новых знаний.

*Методы обучения:* проблемный, частично-поисковый.

*Межпредметные связи*: рисование и лепка, физика, черчение

*Ход урока*

1. *Оргмомент.*

*2. Актуализация опорных знаний.*

Математический диктант:

1.Сколько точек характеризуют прямую*(Две. Через одну точку проходит бесчисленное множество прямых).*

2.Верно ли, что через любую точку пространства можно провести множество прямых, параллельных данной прямой? *(Нет. По теореме о существовании прямой, параллельной данной прямой, через точку пространства можно провести единственную прямую).*

3.Закончите фразу: “Если одна из двух параллельных прямых пересекает плоскость, то другая эту плоскость…*(Так же пересекает – по лемме о пересечении плоскости двумя параллельными прямыми).*

4.Верно ли утверждение, что две не пересекающиеся прямые в пространстве, параллельны?*(Нет. В пространстве не имеют общих точек параллельные и скрещивающиеся прямые).*

5.Верно ли утверждение, что если две прямые параллельны некоторой плоскости, то они параллельны друг другу?*(Нет, они могут так же пересекаться и быть скрещивающимися).*

*3.Изучение нового материала.*

Никто из Вас не станет отрицать того, что «хороший» чертёж всегда поможет нам в решении геометрических задач. А задумывались ли вы, что в их основе лежат математические законы. Главной задачей нашего сегодняшнего урока будет понять, что требуется знать, чтобы наши чертежи всегда были правильными и «хорошими». На уроках черчения, трудового обучения не обойтись без построения чертежей. В дальнейшем – начертательная геометрия.

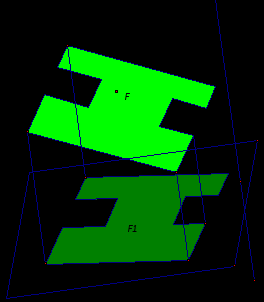
*Историческая справка***.** ЖЕРАР ДЕЗАРГ (2 марта 1593 – 8 октября 1662). Французский математик. Был военным инженером. Заложил основы проективной и начертательной геометрии. В своих исследованиях систематически применял перспективное изображение. Первым ввел в геометрию бесконечно отдаленные элементы. В произведениях о резьбе по камню и о солнечных часах Дезарг дает геометрическое обоснование практических операций. ГАСПАР МОНЖ (10 мая 1746 – 28 июня 1818). Французский математик и общественный деятель, член Парижской АН, профессор Мезьерской военно-инженерной школы. Создал общий метод изображения пространственных фигур на плоскости. Написал учебник «Начертательная геометрия», который был издан в 1799 году. Вместе с Наполеоном Бонапартом принимал участие в Египетской экспедиции. Во времена Первой империи Монж стал сенатором, получил титул графа. В период Реставрации был лишен всех прав и изгнан из Академии наук.

Когда художник рисует картину, конструктор чертит чертеж, фотограф фотографирует, он отображает объемные фигуры на листе (плоскости). При этом все точки фигуры отображаются на плоскости. Процесс отображения множества точек фигуры на плоскость называется проецированием.   
 *Проецирование*- это процесс получения изображения предмета на какой-либо поверхности. Получившиеся при этом изображение называют проекцией предмета

Слово "проекция" в переводе с латинского означает "*бросание вперёд, вдаль*".

Мы с вами познакомимся с параллельным проецированием.

Параллельная проекция всем хорошо знакома. Солнце находится от нас так далеко, что его лучи в любой момент времени можно считать практически параллельными. Поэтому тень от любого предмета на дороге или стене дома представляет собой проекцию этого предмета на плоскость дороги или стены параллельно лучам солнца.

Для изображения пространственных фигур на плоскости обычно пользуются параллельным проектированием (в черчении говорят «проецированием»).

Этот способ изображения фигур состоит в следующем: берём произвольную прямую «h», пересекающую плоскость чертежа «α», проводим через произвольную точку А фигуры прямую, параллельную прямой «h». Точка А1 пересечения этой прямой с плоскостью чертежа будет изображением точки А

Построим, таким образом, изображение каждой точки фигуры, получим изображение самой фигуры. Такой способ изображения пространственной фигуры на плоскости соответствует зрительному восприятию фигуры, при рассмотрении её издали.

*Может ли прямая, проведённая через точку А параллельно прямой «h» , не пересечь плоскость «α»?*

*Ответ:* обязательно пересечёт, т.к. если плоскость пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

*Свойства параллельного проектирования.*

I свойство:

1)Чем может быть изображён **отрезок**на плоскости? *отрезком.*

2)Какой фигурой может оказаться **параллельная проекция отрезка**? отрезком или точкой, если этот отрезок параллелен прямой проектирования *«h».*  
Таким образом: прямолинейные отрезки фигуры изображаются на плоскости чертежа отрезками 

Действительно, все прямые, проектирующие точки отрезка АС, лежат в одной плоскости, пересекающей плоскость чертежа «α» по прямой А1С1.Произвольная точка В отрезка АС изображается точкой В1 отрезка А1С1   
*Замечание.*В только что доказанном свойстве и далее предполагается, что, конечно, что проектируемые отрезки не параллельны направлению проектирования.

То есть мы показали, что проекцией каждой точки отрезка АС является точка отрезка А1С1.   
Следствие I свойства:   
*Многогранники (плоские или пространственные) изображаются на плоскости чертежа многогранниками (или, в исключительных случаях, отрезками)*

1)Может ли при параллельном проектировании многоугольника получиться многоугольник с меньшим числом сторон? (сделать модель). Да, если многоугольник пространственный.

Для плоских многоугольников ответ отрицательный (нет).   
  
II свойство:

Как изобразятся при параллельном проектировании параллельные прямые (отрезки).

Ответ: параллельными или совпадающими прямыми (параллельными или лежащими на одной прямой отрезками).   
  
Параллельные отрезки фигуры изображаются на плоскости чертежа параллельными отрезками

Действительно, пусть АС ║ А′С′. Прямые А1С1║ А′1С′1т.к. они получаются при пересечении параллельных плоскостей с плоскостью «α». Первая проходит через АС и АА1, вторая через А′С′ и А′А′1.

Вопрос: Почему указанные плоскости параллельны?

(если две параллельные плоскости параллельны, то линии их пересечения параллельны)

*III свойство:*

1) Сохраняются ли длины отрезков при параллельном проектировании? (если отрезки параллельны плоскости, то сохраняются).

2) Сохраняются ли отношения длин?

Так как мы уже достаточно поработали устно, то для доказательства третьего свойства сделаем чертёж  
Отношение отрезков одной прямой или параллельных прямых сохраняются при параллельном проектировании.

Искусство изображать предметы на плоскости с древних времён привлекало к себе внимание человека. Попытки таких изображений появились значительно раньше, чем возникла письменность. Ещё в глубокой древности люди рисовали на скалах, стенах, сосудах и прочих предметах быта различные орнаменты, растения, животных. При этом человек стремился к тому, чтобы изображение правильно отражало естественную форму предмета. Основное требование к изображению сводилось к соответствию точек натурального объекта с точками изображения на плоскости или какой-либо другой поверхности.

Для изображения пространственных фигур на плоскости используют параллельную проекцию. Все рисунки, которые мы рассматривали до этого, были выполнены в параллельной проекции. Плоскость, на которую проектируется фигура, называется плоскостью изображений, а проекция фигуры называется изображением. С параллельным проектированием вы уже немного знакомы.

Сегодня на уроке мы рассмотрим примеры изображений плоских и пространственных фигур на плоскости. Если взять многогранники, то какие получатся проекции? И какие из этих проекций будут наиболее удачны для изображения многогранников на плоскости?   
*Параллельной проекцией плоской фигуры будет*:  
фигура, равная исходной, если плоскость фигуры параллельна плоскости проектирования;   
отрезок, если плоскость фигуры перпендикулярны плоскости проектирования;   
Фигура с тем же числом сторон, что и исходная.   
Проекцией многоугольника будет отрезок или многоугольник с тем же числом сторон. Если в многоугольнике есть параллельные стороны, то их проекции тоже параллельны.

Проекцией круга будет отрезок, равный диаметру, или эллипс.

*Немного об искусстве.*Плоское изображение, подчиняясь определенным законам, способно передать впечатления о трехмерном предмете. Однако при этом могут возникать иллюзии.

В живописи существует целое направление, которое называется «импоссибилизм» (невозможность) - изображение невозможных фигур, парадоксов. Известный голландский художник М. Эшер в гравюрах «Бельведер», «Водопад», «Поднимаясь и опускаясь» изобразил невозможные объекты. Современный шведский архитектор О. Рутерсвард посвятил невозможным объектам серию своих художественных работ. Демонстрация иллюзорных картин.

*4. Закрепление полученных знаний:*

Пример 1.Как должны быть расположены две прямые, чтобы они проектировались на плоскость в прямую и точку, не принадлежащую этой прямой?

*Решение.* Рассмотрим все возможные случаи. Если прямые пересекаются и ни одна из них не параллельна направлению проектирования, то они проектируются в пересекающиеся прямые (рис. 6); если же одна из них параллельна направлению проектирования, то плоскость, которая определяется этими прямыми, проектируется в одну прямую (в этом случае плоскость параллельна направлению проектирования). (рис. 7)

Пример 2. Отрезок АВ, равный а, параллелен плоскости проектирования. Найди длину его параллельной проекции.  
*Решение.* Пусть параллельными проекциями точек А, В будут соответствовать точки А', В'. Тогда четырехугольник АВВ'А' будет параллелограммом (АА' параллельна ВВ', АВ параллельна А'В'). Следовательно, АВ=А'В'= а.  
Таким образом, длина параллельной проекции отрезка, лежащего в плоскости, параллельной плоскости проектирования, равна длине отрезка. (рис. 12**)**

*5. Заключительный этап урока. Выводы. Итоги.*

Фронтальная беседа с учащимися:

В каком случае параллельной проекцией прямой будет точка? *(Если прямая параллельна направлению проектирования).*

Справедливо ли утверждение: “Параллельные прямые не параллельные направлению проектирования, проектируются в параллельные прямые”?*(Нет).*

Справедливо ли утверждение: “Параллельные прямые проектируются в параллельные прямые или в одну прямую”? *(Нет).*

В пространстве задана прямая. Может ли ее параллельная проекция быть параллельной этой прямой? *(Да).*

Можно ли по проекции точки на плоскость определить положение самой точки в пространстве? *(Нет).*

В каких случаях положение прямой в пространстве определяется заданием ее проекции на плоскость? *(Если прямая параллельна направлению проектирования).*

*6. Домашнее задание:* §8, №10 Четырехугольник А1В1С1D1 – проекция параллелограмма АВСD. Если:

1) АА1 = 2м, ВВ1 = 3м, СС1 = 8м;

2) АА1 = а, ВВ1 = b, СС1 = с, то найдите длину отрезка DD1.

Решение:

1. DD1 = АА1 + СС1 - ВВ1 = 2 + 8 – 3 = 7м,
2. DD1 = а + с + b.