Зам.Дир по УВР\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Утверждаю

№1 Дата14/04/16

Предмет ­­­­­­­­Алгебра

Класс 10

Тема урока: Глава V. КОМБИНАТОРИКА. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Цели урока: Изучив данную тему, ознакомитесь с простейшими разделами комбинаторики — понятиями размещения, перестановки, соче­тания и особенностями их групп, овладеете навыками решения примеров на нахождение числа групп и на вычисление факториала.

Тип урока: Изучение нового материала.

ХОД УРОКА

**1. Организационный момент.**

**2. Формирование новых понятий и способов действия.**

В природе, науке и технике, в повседневной жизни вы часто сталки­ваетесь с задачами, в которых требуется найти число вариантов распо­ложения предметов или подсчитать всевозможные исходы какого-то события. Решение таких задач рассматривается в разделе алгебры, которая называется «Комбинаторикой». Комбинаторика применяется во многих разделах высшей математики (математическом анализе, высшей алгебре, теории вероятностей, вычислительной математике, математическом моделировании, дискретной математике и т.д.).

Простейшими понятиями комбинаторики являются размещения, перестановки, сочетания.

Рассмотрим каждую из них в отдельности.

*I.* Размещения из п элементов по т элементов и их количество.

*Определение. Размещениями* из п элементов по т элементов называются группы различных комбинаций по т элементов, взятых из данных п элементов, отличающихся друг от друга хотя бы одним элементом или порядком их расположения.

Обозначение размещения — А mn, где т,п — натуральные числа; п — число данных элементов; т— число элементов, входящих в каждую группу, причем т< п.

Размещение читается следующим образом:

А2п — число групп размещения из п элементов по два элемента;

А3п — число групп размещения из п элементов по три элемента;

Аmп — число групп размещения из п элементов по т элементов.

Теперь определим формулу для вычисления количества групп.

Пусть дано п элементов: а, , а2, а3, ..., ап -2, ап-1, ап.

Разместим эти элементы по два и определим, сколько таких групп можно составить. Для этого образуем группы следующим образом: на первой строке напишем первый элемент с остальными элемен­тами, на второй строке — второй элемент а2 с остальными элементами и, продолжая таким образом, на п строке запишем ап с остальными элементами. Тогда получим следующую запись:



где n строк, а на каждой строке число групп (n -1). Следовательно, число групп, составленных из n элементов по два элемента, будет равно:

А2п = n (n - 1) = n (n - 2 + 1).

Если же разместим их из трех и четырех элементов, то соответ­ственно будет:

А3п = n (n - 1) (n - 2) = n (n - 1) (n - 3 + 1);

А4п = п (n - 1) (n -2) (n - 3) = п (п - 1) (п - 2) (n - 4 + 1).

В общем число групп из п элементов по т элементов вычисляется по формуле

**Аmп =** п **(n - 1) (n - 2)... (n -** т + **1),** (1)

где (т **<** n; m, n$\in $ N)

Таким образом, число групп размещений из n элементов по т элементов равно произведению последовательных m чисел от n по (n - m + 1).

Рассмотрим примеры.

Притер 1. В классе 20 учеников. Необходимо рассадить их по два. Сколькими способами можно рассадить учащихся класса? Сколько решений имеет данная задача?

Решение. Решение данной задачи равно размещению из 20 элементов по два элемента, т. е. А220 = 20 • (20 - 1) = 20 • 19 = 380.

Ответ: *380.*

Пример 2. Сколькими способами можно составить размещения из пяти элементов: а) по три; б) по четыре элемента?

Решение.

а) n = 5; m = 3. Тогда число размещений из пяти элементов по три элемента будет равно:

А53 = 5 (5 - 1) (5 - 2) = 5 • 4 • 3 =60;

б) n = 5; m = 4. Тогда число размещений из пяти элементов по четыре элемента будет равно:

А\= 5 (5 - 1) (5 - 2) (5 - 3) = 5 • 4 • 3 • 2 = 120.

Ответ, а) 60; б) 120.

В математике произведение натуральных чисел от 1 до n называет­ся n факториалом и обозначается n!,

т. е. n! = 1 • 2 • 3 ... (n - 2) • (n- 1) • n.

**Примечание: *0! = 1.***

Рассмотрим примеры на понятие факториала.

Пример 3. Найдем значения выражений:

а)3!; 6)6!; в)10!/8!2!

Решение. Для нахождения значений выражений используем поня­тие факториала:

а) 3! = 1• 2•3 = 6; б)6! = 1• 2• 3• 4• 5• 6 = 720;

$\frac{10! }{8! 2! }= \frac{8!•9•10}{8!•1•2}$ = 45 Ответ:, а) 6; б) 720; в) 45.

 Используя понятие факториала, преобразуем формулу (1):

**Атп** = **п** (n - 1) **(п** - 2)... (**п-(т -** 1)) =

$\frac{n(n-1)(п-2) ...(n-(m-1)) (n-m-1)(n-m-2)... 3 • 2 • 1 }{(n-т)(n-m-1)(n-m-2)...3•2•1}$ *=* $\frac{n!}{(n-m)!}$

т. е. Аmn = $\frac{n!}{(n-m)!}$ (2)

Формула (2) более удобна при вычислении, чем формула (1). Рассмотрим примеры на использование формулы (2).

Пример 4. Вычислим: а) А3100; б) А225; в) А237.

Решение. Используя формулу (2), имеем:

 a) А3100 = $\frac{100!}{(100-3)!}= \frac{100!}{97!}=\frac{97!98\*99\*100}{97!}=98\*99\*100$=970200

 б) А225 = $\frac{25!}{(25-2)!}= \frac{25!}{23!}=\frac{23!24\*25}{23!}=24\*25$=600

 в) А237 = $\frac{37!}{(37-2)!}= \frac{37!}{35!}=\frac{35!36\*37}{35!}=36\*37=$1332 Ответ: а) 970200; б) 600; в) 1332.

Теперь рассмотрим особенности групп размещения из п элементов по т элементов:

1. каждая группа состоит из т элементов, причем они взяты из данных п элементов (п > т);
2. отличие групп хотя бы в одном элементе или в порядке их записи;
3. число групп вычисляется по формуле (1) или (2).

Рассмотрим пример.

Пример 5. Пусть даны четыре элемента: a, b,c, d. Разместим их по три элемента из четырех и перечислим их особенности.

 Решение.

1. составим таблицу: каждая группа отличается друг от друга одним элементом (груп­пы одной строки) или расположением элементов (группы одного столбца);
2. каждая группа составлена из трех элементов.

Следовательно, таблица (3) является таблицей групп размещения

из четырех элементов по три элемента.

Число размещений, составленных из элементов a, b,c и d по три элемента, равно:

А34 =$\frac{4!}{(4-3)!}$=$\frac{1\*2\*3\*4}{1}$=24

**3. Применение. Формирование умений и навыков.**

Задачи: Обеспечить применение учащимися знаний и способов действий, которые им необходимы для СР, создать условия для выявления школьниками индивидуальных способов применения изученного.

 Стр 161. №320(а), 321,322,324(а)

**6.Этап информации о домашнем задании.**

Задачи: Обеспечить понимание учащимися цели, содержания и способов выполнения домашнего задания. Стр 161. П.23.№320(б), 324(б)

**7.Подведение итогов урока.**

Задача: Дать качественную оценку работы класса и отдельных учащихся.

**8.Этап рефлексии.**