Сколько тайн, на формулах

распятых,

Нам откроют завтрашние дни!

(Вл. Михановский)

**УРОК – КОНФЕРЕНЦИЯ**

**Решение уравнений с применением теоремы Виета.**

Тема: Решение квадратных уравнений с применением теоремы Виета.

Тип урока: Повторение пройденного и обобщение изученного

(урок конференция)

Цели урока: 1) образовательная: обобщить и углубить материал по теме;

 2)развивающая: повысить информативную емкость темы

 при сохранений доступности для учащихся;

 3) воспитательная: способствовать выработке у школьников

 умения обобщать изучаемые факты, проводить

 элементарные исследования.

Оборудование: 1) опорные сигналы у каждого ученика в концертах;

2) портрет Виета и высказывания;

3) набор инструментов на рабочих местах учащихся.

**Ход урока-конференции**

Президиум занимает свои места.

Учитель: Уважаемые гости, дорогие ребята! Сегодня мы проводим урок-конференцию по теме: «Решение квадратных уравнений с применение теоремы Виета». Цель нашей конференции не только в том, чтобы повторить, обобщить изученный материал, но и ознакомиться с результатами небольших исследований, которые провели учащиеся.

Нам надо будет оценить предложенные ими способы решения квадратных уравнений.

Но сначала о Франсуа Виете и его знаменитой теореме. О жизни и деятельности Виета расскажет А.Караева, а Д.Сальков подготовит доказательство теоремы на доске.

 Учитель: Кто дополнит рассказ?

Ученик : Виет обозначал неизвестные величины прописными гласными, а известные- согласными буквами. Но он еще пишет вв, ввв вместо в2 и в3.

Ученик: Виет был первым европейским математиком, который решал числовые уравнения четвертой, пятой, шестой степени приближенно. Он употреблял такие сокращения:

N – для I степени переменного,

Q – для II степени

C – для III степени

QQ – для IV степени. Уравнения у него выглядело так:

1C-8Q+16N равно 40.

А сейчас это уравнение у нас выглядит так:

к3 – 8х2 + 16х=40

Термин «коэффициент» ввел Виет.

Ученик: Виет рекомендовал применять десятичные дроби вместо шестидесятеричных.

Ученик: Мало было в XXYI веке ученых-женщин. Еще меньше женщин-математиков. Считалось, что удел женщин-работа в семье. Декарт, Виет и Эйлер так не считали. Они были учителями выдающихся женщин-математиков.

Ученик: Виет ввел фигурные скобки. До него же были только полукруглые и квадратные.

Ученик: До Виета во Франции имелись только переводчики и комментаторы чужых сочинений. Самостоятельные же исследования были чрезвычайно слабы.

Ученик: Виет впервые сформулировал теорему косинусов. Мы ее будем изучать в 9 классе.

Ученик: Виет был автором математических таблиц.

Учитель: Спасибо за дополнения. Кто напомнит нам доказательство теоремы Виета для приведенного квадратного уравнения? (Ученики доказывают).

Дорогие ребята! Умение быстро и безошибочно находить корни квадратного уравнения имеет большое значение не только в 8-9 классах, где вы только еще осваиваете формулы, но и в 10-11 классах, где квадратные уравнения возникают, как вспомогательные при решении значительно более сложных задач и где особенно важно, чтобы вы быстро справлялись с решением этих уравнений. А как часто даже ученики 10 и 11 классов вот так подробно записывают решение приведенного квадратного уравнения:

х2 – 3х + 2=0

Д = в2 – 4ас = 9 – 4×1×2 = 9 – 8 = 1 > 0

$ x=\frac{-b\pm \sqrt{Д}}{2a} $ х1= $\frac{3+1}{2}$=2

 х2=$\frac{3-1}{2}$=1

Формулы надо знать твердо. Достаньте из конвертов ОС-1 и ОС-2. Но в большинстве школьных приведенных квадратных уравнениях с целыми корнями эти корни без особого труда вы находили подбором, основанным на теореме, обратной теореме Виета:

х2 - 8х + 15 = 0 х2 + 7х + 12 = 0

х1 = 3; х2 = 5 х1 = -4; х2 = -3

(Учащиеся находят решение устно)

х2 – х – 6 = 0 х2 + 14х – 15 = 0

х1 = -2; х2 = 5 х1=15; х2 = 1

Сейчас, когда мы закончили изучение темы «Квадратные уравнение», можно так и записывать решения подобных уравнений.

Учитель: Однако способ подбора корней, основанный на теореме Виета, становится практически неприменимым, если уравнение имеет дробные корни: не так просто подобрать два числа, сумма которых равна - $\frac{в}{а}$ , а произведение $\frac{с}{а}$ .

Для преодоления возникшей трудности можно использовать прием, позволяющий свести задачу к нахождению целых корней вспомогательного уравнения.

Пусть требуется решить квадратное уравнение ах2 + вх + с = 0

Знаем х1 + х2 = - $\frac{в}{а}$ ; х1 × х2 = $\frac{с}{а}$

Умножив обе части данного уравнения на а, перепишем его в виде

(ах)2 + в(ах) + ас = 0

Заменим: ах = у

Получим уравнение у2 + ву + ас = 0, где у1 + у2 = -в; т.е.

у1 +у2 = (х1 + х2) × а, а у1 × у2 = ас; т.е. у1 × у2 = (х1 × х2)× а2

Теперь видно, что для решения исходного уравнения ах2 + вх + с = 0 достаточно решить вспомогательное уравнение у2 + ву + ас = 0 и его корни разделить на а.

Для практического применения этого приема запишем инструкцию. Запишите: инструкция для быстрого определения корней уравнения вида ах2 + вх + с = 0

1. «Перебросить» коэффициент «а» в свободный член.
2. Найти корни нового квадратного уравнения
3. Разделим каждый корень на а

 Покажем это на примерах.

Пример 1. 6х2 + х – 15 = 0

у2 + у – 90 = 0

у1 = -10; у2 = 9

х1 =- $\frac{10}{6}$ = -1$\frac{2}{3}$

х2 = $\frac{9}{6}$ = 1,5

Пример 2. 12х2 +13 х + 3 = 0

у1 = -4; у2 = -9

х1 =- $\frac{4}{12}$ = -$\frac{1}{3}$

х2 =- $\frac{9}{12}$ =- $\frac{3}{4}$

В дальнейшем, можно отказаться от явного выписывания вспомогательного уравнения и проводить примерно следующие рассуждения.

Пример 3.

Чтобы решить уравнение 3х2 – 11х + 6 = 0, надо подобрать два числа, сумма которых равна 11, а произведение 18 (перебросили 3 мысленно). Ясно, что эти числа 2 и 9, а значит корни данного уравнения х1 = $\frac{2}{3}$; х2 =3. Никаких других записей делать не надо.

Решим уравнения:

А) 5х2 -7х+2 = 0

х1 =- $\frac{2}{5}$; х2 =1

б) 5х2 +11х+2 = 0

х1 = -2; х2 =- $\frac{1}{5}$;

в)3х2 -10х + 8 = 0

х1= $\frac{4}{3}$; х2 =2

Учитель: Две группы учащихся провели небольшие исследования.

1 группа исследовала решение квадратных уравнений вида ах2 + вх + с = 0, где а+в+с=0.

2 группа исследовала решение квадратных уравнений вида ах2 + вх + с = 0, где а-в+с=0.

Послушаем их сообщения:

1 ученик. Мы начали с того, что внимательно рассмотрели предложенные нам уравнения:

х2 + х – 2 = 0; 1 + 1 – 2 =0; х1 =-2; х2 = 1

х2 + 2х – 3 = 0; 1 + 2 – 3 = 0; х1 =-3; х2 = 1

х2 – 3х + 2 =0$ $ 1 – 3 + 2 =0 х1 = 2; х2 = 1

14х2 – 17х +3 =0 14-17 +3 =0 х1 = $\frac{3}{14}$ х2 = 1

13х2 – 18х + 5=0 13-18 +5 =0 х1 = $\frac{5}{13}$ х2 = 1

 Заметили, что во всех уравнениях суммы коэффициентов и свободного члена равна нулю. Когда нашли корни, удивились : в каждом уравнении один корень 1, а другой в соответствии с теоремой Виета, равна $\frac{с}{а}$

 Мы знаем, что нужно провести строгое доказательство этого утверждения.

 Сформулировали теорему : « Если в квадратном уравнении

 ах2 + вх +с= 0 а + в + с =0 то х1= 1 х2  = $\frac{с}{а}$

Доказательство: (1 способ)

По условию а + в + с =0 . Отсюда в= -(а+с). Подставим значение «в» в уравнение ах2 +вх + с = 0, получим ах2 – ( а+с)х =0 Почленно разделим на «а», получим х2 + $\frac{а+с}{а}$ х + $\frac{с}{а}$ =0

 х2 + $\frac{а+с}{а}$ х + $\frac{с}{а}$ =0

 х2 – (1+ $\frac{с}{а}$) х + $\frac{с}{а}$ =0

 Отсюда х1=1; х2 = $\frac{с}{а}$

Доказательство (2 способ)

Из условия а+в+с = 0 следует в= -(а+с).

Подставляя значение «в» в уравнении ах2 + вх + с= 0, имеем :

ах2 – (а+с)х + с =0. Раскроем скобки ах2 – ах - сх +с =0

Разложим левую часть на множители ах(х-1)-с(х-1)=0

(х-1) \*(ах-с) = 0 Отсюда х-1=0 ах-с=0

 Х1=1 ах=с

 х2 = $\frac{с}{а}$

 Запишите инструкцию №2:+

Если в уравнении ах2 + вх + с = 0 а + в +с = 0, то

1. Записать: х1 = 0
2. Найти $\frac{с}{а}$ . Это и будет второй корень.

Решите устно уравнение:

А) 5х2 - 4х - 1 = 0 5 – 4 – 1 = 0

Х1 = 1; х2 = - $\frac{1}{5}$

Б) 3х2 +2х – 5 = 0 3 + 2 – 5 = 0

Х1 = 1; х2 = - $\frac{5}{8}$

2 ученик: Мы внимательно рассмотрели уравнения:

 х2 - х - 2 = 0 1 – (-1) – 2 = 0 Х1 = -1; х2  = 2

х2 - 2х - 3 = 0 1 – (-2) – 3 = 0 Х1 = -1; х2  = 3

2х2 + 3х + 1 = 0 2 – 3 + 1 = 0 Х1 = -1; х2  = - $\frac{1}{2}$

5х2 - 4х - 9 = 0 5 – (-4) - 9 = 0 Х1 = -1; х2  = $\frac{2}{5}$

Заметили, что везде а – в + с = 0. Везде Х1 = -1; х2  =- $\frac{с}{а}$

Нашли корни и закономерность в соответствии с теоремой Виета. Сформулировали теорему: «Если в квадратном уравнении ах2 + вх + с = 0

а – в + с = 0, то х1 = -1; х2 = $\frac{с}{а}$

Доказательства:

По условию а – в + с = 0. –в = -а – 0

 В = а + с. Подставим значение «в» в уравнение ах2 + вх + с = 0

ах2 + (а + с)х + с = 0

Раскроем скобки: ах2 +ах + сх + с = 0

Разложим левую часть на множители ах(х + 1) + с (х + 1) = 0

(х + 1) \* (ах + с) = 0

Х + 1 = 0 ах + с = 0

Х1 =-1 ах = -с х2 = - $\frac{с}{а}$

Запишите инструкцию №3:

Если в уравнении ex2 +bx+c=0 a-b+c=0, то 1) записать : x1x-1

 2) Найти : -$\frac{с}{а}$ x2=-$\frac{с}{а}$

 Решите устно уравнения

а) 7х2 + 2х – 5=0 7 -2 -5 =0 х1 = -1; х2 = $\frac{5}{7}$

б) 2х2  - х – 3=0 2 – (-1) – 3=0 х1 = -1; х2 = $\frac{3}{2}$

Учитель: Спасибо, вы хорошо поработали. А главное, вы знаете :

1. надо уметь найти закономерность ;
2. сформулировать теорему;
3. привести логическое доказательство.

А теперь мы имеем полное право пользоваться тремя записанными вами инструкциями и с их помощью мгновенно решать квадратные уравнения. Теперь вам надо закрепить навыки решения квадратных уравнений и по формулам, и по инструкциям, которые вы записали.

 А сейчас блиц-турнир!

Победителей ждут награды (показывая 3 книги)

 Членами жюри попросим быть гостей (дав им текст блиц-турнира с решениями и книги)

 Члены президиума участвуют на общих основаниях.

 На чистых (двойных) листах бумаги (они перед вами) запишите свои фамилии.

 Условия не списывайте с доски. Пишите номер задания и сразу ответ. (Распашные щиты доски закрывается, а на их внешней стороне - текст.)

 **Блиц-турнир**

 Думай, голова!

 Картуз куплю!

 (Народная поговорка)

Решить уравнение любым способом:

1. х2 – 5х +6 =0 3) х2 +2х – 8= 0
2. х2 + 7х + 12= 0 4) х2 - 4 – 12= 0

 5)Старинная индусская задача (114 год)

 Стая обезьян .

 На две партии разбившись,

 Забавлялись обезьяны.

 Часть восьмая их в квадрате

 В роще весело развилась.

 Криком радостным двенадцать

 Воздух свежий оглашали.

 Вместо сколько, ты мне скажешь,

 Обезьян там было в роще?

 6) 14х2 – 17х + 3= 0

 7)13х2  - 18х + 5= 0

 8) 2х2 + 3х + 1 =0

 9) 5х2 – 4х – 9= 0

10) 7х2 + 2х – 5= 0

11)6х2 + х – 15= 0

12)12х2  + 13х +3= 0

13)3х2 – 11х + 6=0

 Лист для жюри прилагается.

 Жюри производит итоги турнира (время 15 мин)

 Победителям вручаются книги.

 **ЛИТЕРАТУРА:**

1. Учебник Алгебра – 8 класс
2. Математическая энциклопедия
3. Глейзер «История математики в школе»
4. Журнал «Математика в школе» 1981г,№ 6, 1983 г. №1
5. Б.А. Коренский «Увлечь школьников математикой»
6. К.А. Малыгин «Элементы историзма в преподавании математики»
7. Изд. «Просвещение» «Школьникам о математике и математиках»

 Приложение 1

На доске, в центре.Урок-конференция на тему : « Решение уравнений с применением теоремы Виета».

 Виет – творец

 математической формулы

 (Г.Г. Цейтен)

Слева, сверху

«Уравнение представляет собой наиболее серьезную и важную вещь в математике» О. Лодж

 Ниже: х2 – 3х + 2= 0

а) Д= в2 – 4ас= 9- 4\*1\*2=1>0

$$x=\frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$$

Х1,2= $\frac{з\pm 1}{2}$= 2;1

б) $\frac{Д}{4}$ = $\frac{в}{2^{2}}$ – ас

Справка: Теорема Виета

По праву в стихах быть достойна воспета о свойствах корней в теореме Виета. Что лучше, скажи, постоянство такого: умножить ты корни и дробь уж готова: А сумма корней тоже дроби верна. Хоть с минусом дробь эта, что за беда – В числителе «в», в знаменателе «а».

 **Блиц-турнир** .

1. х2 – 5х + 6= 0 х1 = 2 х2 = 3
2. х2 +7х + 12= 0 х1 = -4 х2 = -3
3. х2 – 2х -8= 0 х1 = -4 х2  = 2
4. х2 – 4х – 21= 0 х1 = 7 -1 х2  = -3
5. Задача ( $\frac{х}{8}$)2 + 12 = х или х – 12 = $\frac{х^{2}}{8^{2}}$

 Х2 -64х +768 = 0

 $\frac{Д}{4}$ = 322 – 768 =0 х = 32 $\pm $ 16 х1 = 48 х2 = 16

$$ $$

1. 14х2 – 17х + 3 =0 х1 = 1 х2 = $\frac{3}{14}$
2. 13х2 -18х +5 =0 х1 = 1 х 2 = $\frac{5}{13}$
3. 2х2  +3х +1 =0 х1 = -1 х2 =- $\frac{1}{2}$
4. 5х2 – 4х – 9 =0 х1 = -1 х2 = 1,8
5. 7х2 +2х – 5 =0 х1 = -1 х2 = $\frac{5}{7}$
6. 6х2 + х – 15 =0 х1 = $\frac{3}{2}$ х2 = - $\frac{5}{3}$
7. 12х2 + 13х + 3 =0 х1 = - $\frac{1}{3}$ х2 = -$\frac{3}{4}$
8. 3х2 – 11х +6 =0 х1 = $\frac{2}{3}$ х2 = 3

 Биография Виета (1540 - 1603 г.г.)

Знаменитый французский ученый Франсуа Виет был по профессии адвокатом. В свободное время занимался астрономией. Занятия требовали знания тригонометрии и алгебры. Виет занялся ими и вскоре пришел к выводу о необходимости усовершенствования и алгебры, и тригонометрии, над чем он проработал ряд лет. Виет никогда не прекращал адвокатской деятельности, много лет был советником короля, постоянно был занят государственной службой. Несмотря на это, он всю жизнь занимался математикой, занимался настойчиво, упорно и сумел добиться выдающихся результатов. Он впервые ввел в 1591 году буквенные обозначения и для неизвестных, и для коэффициентов уравнения. Благодаря этому стало возможно выражать свойства уравнений и их корней общими формулами. Как и математики Древней Греции, Виет признавал только положительные числа. Чисел отрицательных и иррациональных он не признавал, что было одним из самых больших недостатков алгебры Виета. Условные обозначения, которые применял Виет, позволяли ему многое записать сокращенно в виде формул, которые были не очень удобны, но они значительно облегчали действия, придавали им наглядность. Франсуа Виет отличался необыкновенной работоспособностью. Очень занятый при дворе французского короля, он находил время для математических работ, чаще всего за счет своего отдыха. Иногда, увлекшись какими-нибудь исследованиями, он проводил за письменным столом трое сток подряд. Много разных открытий сделал Виет, но сам он дорожил больше всего установлением зависимости между корнями и коэффициентами квадратного уравнения, т.е. той зависимости, которая теперь называется «Теоремой Виета».